

Приложение 2 к РПД  
Математика  
05.03.06 Экология и природопользование  
Направленность (профиль) Природопользование и экологическая безопасность  
Форма обучения - очная  
Год набора – 2023

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**1. Общие сведения**

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	05.03.06 Экология и природопользование
3.	Направленность (профиль)	Природопользование и экологическая безопасность.
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.О.10 Математика
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2023

**2. Перечень компетенций**

**УК-1:** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

**ОПК-1:** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

### 3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
Элементы линейной алгебры	УК-1 ОПК-1	<ul style="list-style-type: none"> <li>– фундаментальные основы математики;</li> <li>– основы математических знаний, необходимые для решения профессиональных задач,</li> <li>– методы математического анализа и моделирования,</li> <li>– основные определения, теоремы,</li> <li>– методы решения задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения профессиональных задач;</li> <li>– пользоваться математической литературой;</li> <li>– самостоятельно расширять и углублять математические знания</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– базовыми знаниями и методами математики,</li> <li>– математическим языком, математическими терминами, математической символикой, навыками применения современного математического инструментария для решения профессиональных задач;</li> <li>– методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния, прогноза развития реальных явлений и процессов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Активность на занятиях</li> <li>Выполнение домашних заданий</li> <li>Контрольная работа</li> <li>Итоговый тест</li> <li>Выполнение индивидуальных заданий</li> </ul>
Введение в математический анализ	УК-1 ОПК-1				
Элементы дифференциального исчисления	УК-1 ОПК-1				
Элементы интегрального исчисления	УК-1 ОПК-1				

#### Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы:

«неудовлетворительно» – 60 баллов и менее; «удовлетворительно» – 61-80 баллов; «хорошо» – 81-90 баллов; «отлично» – 91-100 баллов

#### 4. Критерии и шкалы оценивания

##### 1. Активность на занятиях

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за активность на занятии	0	0,3	0,4	0,5

##### 2. Выполнение домашних заданий

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполненное домашнее задание	0,2	0,5	0,8	1

##### 3. Выполнение контрольной работы

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполнение контрольной работы	5	10	15	20

##### 4. Выполнение теста

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполненный тест	менее 7	8-10	11-13	14-15

##### 5. Выполнение индивидуальных заданий

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполненное индивидуальное задание	0,2	0,5	0,8	1

#### 6. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

##### 6.1. Типовое контрольное задание (контрольная работа, тест, кейс-задание и пр.)

###### Контрольная работа

1. Решить систему 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$
 методом Гаусса.

2. При помощи формул Крамера найти решение системы 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = 6 \\ 3x_1 - 4x_2 - 6x_3 = -2 \end{cases}$$

3. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$
 разложив его по элементам какой-то строки или какого-то столбца.

4. Найти ранг матрицы 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Решить с помощью обратной матрицы систему 
$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

###### Ключ к заданиям контрольной работы

№ задания	1	2	3	4	5
Правильный ответ	(1; 2; 3; 4)	(4; -1; 3)	3	2	(1; 2; 3)

## 5.2. Тест

- Дана функция  $y = \sqrt{\frac{5-x}{x-2}}$ . Тогда ее областью определения является множество...  
1)  $(-\infty; 2) \cup [2; 5)$ , 2)  $(2; 5)$ , 3)  $(-\infty; 2) \cup [5; +\infty)$ , 4)  $(2; 5]$ .
- Числовая последовательность задана рекуррентным соотношением  $a_{n+1} = 2a_n - 5$ ,  $a_1 = 3$ . Тогда  $a_4$  равно ...  
1) 1; 2) -3; 3) -4; 4) -11.
- Предел числовой последовательности  $a_n = \frac{7+5n-3n^2}{12-8n^2}$  равен ...  
1) 1; 2)  $\frac{3}{8}$ ; 3)  $-\frac{3}{8}$ ; 4)  $\frac{7}{12}$ .
- Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$  равно ... 1) 2; 2)  $\frac{1}{2}$ ; 3) 0; 4) 1.
- Количество точек разрыва функции  $f(x) = \frac{5-x}{(x^2+x+1)(x^2-16)}$ , равно ...  
1) 4; 2) 3; 3) 2; 4) 1.
- Наклонная асимптота графика функции  $y = \frac{2x^2+1}{x-3}$  задается уравнением вида...  
1)  $y = 2x+6$ ; 2)  $y = 2x-6$ ; 3)  $y = 6x+2$ ; 4)  $y = -6x+2$ .
- Производная функции  $y = e^x \cos x$  равна...  
1)  $e^x \sin x$ ; 2)  $e^x (\cos x - \sin x)$ ; 3)  $e^x (\cos x + \sin x)$ ; 4)  $-e^x \sin x$ .
- Касательная к графику функции  $f(x) = 2x - x^2$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 1,5$  образует с положительным направлением оси  $OX$  угол, равный ...  
1)  $\arctg 0,75$ ; 2)  $\pi - \arctg 0,75$ ; 3)  $\frac{3\pi}{4}$ ; 4)  $\frac{\pi}{4}$ .
- Производная третьего порядка функции  $y = e^{3x-1}$  равна ...  
1)  $9e^{3x-1}$ ; 2)  $3e^{3x-1}$ ; 3)  $27e^{3x-1}$ ; 4)  $6e^{3x-1}$ .
- Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 12t + 3$ . Тогда скорость точки в момент времени  $t = 3$  равна ...  
1) 0; 2) 3; 3) 12; 4) 21.
- Неопределенный интеграл  $\int 3^x \left(1 - \frac{3^{-x}}{1+x^2}\right) dx$  равен ...  
1)  $3^x \ln 3 - \arctg x + C$ ; 2)  $\arctg x + C$ ; 3)  $\frac{3^x}{\ln 3} + C$ ; 4)  $\frac{3^x}{\ln 3} - \arctg x + C$
- Множество первообразных функции  $f(x) = e^{4-3x^2} x$  имеет вид ...  
1)  $-\frac{1}{6}e^{4-3x^2} + C$ ; 2)  $\frac{1}{6}e^{4-3x^2} + C$ ; 3)  $-3e^{4-3x^2} + C$ ; 4)  $4e^{4-3x^2} + C \dots$
- Определенный интеграл  $\int_1^{0,5} \frac{dx}{1+4x^2}$  равен ...  
1)  $\frac{1}{2}$ ; 2)  $\frac{\pi}{8}$ ; 3)  $\frac{\pi}{4}$ ; 4)  $\frac{\pi}{2}$ .
- Определенный интеграл  $\int_{-3}^3 \frac{\sin x}{\sqrt{4+x^2}} dx$  равен ...  
1)  $\sqrt{3}$ ; 2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; 3) 4; 4) 0.

15. Площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = -x^2 + 3x$  и осью  $OX$ , равна ...

- 1)  $\frac{45}{2}$ ; 2) 7,75; 3)  $\frac{9}{2}$ ; 4) 9.

**Ключ к заданиям теста**

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Правильный ответ	4	4	2	1	3	1	2	3	3	2	4	1	2	4	3

**5.3. Типовая домашняя работа**

1. Определить ранг матрицы:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$

2. Пусть  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ; Найти произведение матриц.

3. Найти решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

**Ключ**

№ задания	1	2	3
Правильный ответ	2	$\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ -7 & 19 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$	(1; 2; 3)

**5.4. Типовое индивидуальное задание**

1. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 8x + 12}$ .

Для нахождения этого предела разложим на множители числитель и знаменатель данной дроби.

$$x^2 - 6x + 8 = 0;$$

$$D = 36 - 32 = 4;$$

$$x_1 = (6 + 2)/2 = 4;$$

$$x_2 = (6 - 2)/2 = 2;$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0;$$

$$D = 64 - 48 = 16;$$

$$x_1 = (8 + 4)/2 = 6;$$

$$x_2 = (8 - 4)/2 = 2;$$

Тогда  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-4)}{(x-2)(x-6)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{x-6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

2. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}}{x^2 - x}$

Домножим числитель и знаменатель дроби на сопряженное выражение:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x+x^2 - 1+x-x^2}{x(x-1)(\sqrt{1+x+x^2} + \sqrt{1-x+x^2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x-1)(\sqrt{1+x+x^2} + \sqrt{1-x+x^2})} = \frac{2}{-1 \cdot (1+1)} = -1.$$

3. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} = \{x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)\} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{3-2}{3+3} = \frac{1}{6}$$

4. Вычислить предел функции.

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x} = \left( \frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x-1)^2(x+3)^2}{x(x+1)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x-1)^2(x+3)}{x(x+1)} = 0.$$

5. Вычислить предел функции.

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4} = \left( \frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 16} \frac{(\sqrt[4]{x} - 2)(\sqrt[4]{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 4)(\sqrt[4]{x} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} - 4)(\sqrt[4]{x} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 16} \frac{1}{\sqrt[4]{x} + 2} = \frac{1}{4}.$$

6. Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{9x}{9 - x^2}$ .

Прямые  $x = 3$  и  $x = -3$  являются вертикальными асимптотами кривой.

$$\text{Наклонные асимптоты: } k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9}{9 - x^2} = 0, \quad b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x}{9 - x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{9}{x}}{\frac{9}{x^2} - 1} = 0$$

$y = kx + b = 0 \cdot x + 0, \quad y = 0$  – горизонтальная асимптота.

#### 5.4. Вопросы к зачету

1. Определение матрицы. Виды матриц.
2. Операции над матрицами.
3. Обратимые матрицы. Вычисление обратной матрицы. Условия обратимости матриц.
4. Определитель матрицы. Основные свойства определителей.
5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
6. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
7. Решение систем линейных уравнений матричным методом.
8. Понятие функции. Способы задания функции.
9. Предел числовой последовательности. Теоремы о пределах числовых последовательностей.
10. Предел функции, геометрический смысл предела функции.
11. Односторонние пределы.
12. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентные бесконечно малые функции. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций.
13. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва функции. Теоремы о непрерывных функциях.
14. Определение производной. Правила дифференцирования.
15. Таблица производных основных элементарных функций.
16. Возрастание и убывание функций (необходимое и достаточное условия монотонности функции).
17. Экстремум функции (необходимое и достаточное условия экстремума функции).
18. Схема исследования функции на экстремум.
19. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
20. Асимптоты графика функции.
21. Первообразная и неопределенный интеграл.
22. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.
23. Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла.
24. Вычисление площади криволинейной трапеции.